

Hertentamen Kansrekening Oude Stijl (Külske)

Alle boeken toegestaan

Dinsdag 26 Juni 2006

1. a) Toon aan dat voor de momentenvoortbrengende functie van een negatief binomiaal verdeelde stochast X met parameters r en $p = 1 - q$ geldt

$$\mathbf{E}(e^{tX}) = \left(\frac{p}{1 - qe^t} \right)^r$$

(Zie KaDe pag. 251 voor de definitie van de negatief binomiale verdeling en gebruik Lemma 4.7 voor de berekening.)

- b) Ga na dat dit de juiste waarden voor $E(X)$ en $\text{Var}(X)$ levert (zoals in KaDe op pag. 251 gegeven).
2. Laat X_1, X_2, X_3 onafhankelijke stochasten zijn met meetkundige verdeling met parameter $p > 0$.
 - a) Bereken $P(X_1 = X_2)$.
 - b) Bereken $P(X_1 = X_2 = X_3)$.
 - c) Bereken $P(X_1 < X_2)$.
3. Geef een voorbeeld van gebeurtenissen A, B, C voor welke A, B onafhankelijk zijn, B, C onafhankelijk zijn, A, C onafhankelijk zijn, maar niet A, B, C onafhankelijk zijn.
4. Hoe groot is de kans dat bij een toevallige permutatie van de 6 hoeden van 6 dames precies 2 dames hun eigen hoed terug krijgen?
5. Laat X, Y onafhankelijke stochastische variabelen zijn met verdelingsfunctie $F_X(x) = x^2 = F_Y(x)$ voor $0 \leq x \leq 1$.
 - a) Wat is de dichtheid van X^2 ?
 - b) Wat is de dichtheid van XY ?